

# ***A mérés eredménye és a mérési hibák***

A tankönyvben levő példán mutatjuk meg, hogyan számíthatók ki a mérési hibák. Öt tanuló megmérte a munkaasztal hosszát és a következő eredményeket kapta:

Pisti	$a_1=952$ mm
Sári	$a_2=949$ mm
Peti	$a_3=955$ mm
Mari	$a_4=958$ mm
Miki	$a_5=956$ mm

A tanulók egy munkaasztal hosszát mérték, mégis különböző eredményeket kaptak. Ez természetes, mert a mért értékek soha sem lehetnek abszolút pontosak. Ez azzal magyarázható, hogy a mérőműszerek nem tökéletesek, és mi is követhetünk el hibát.

# A mérési eredmények átlagértéke

Ahhoz, hogy minél pontosabb mérési eredményt kapjunk, a mérést többször megismételjük, és kiszámítjuk a mért eredmények átlagértékét. Az átlagérték meghatározásával a mérés eredménye megközelíti a pontos értéket. Ezáltal kisebb hibát követünk el.

A mérési eredmények átlagértéke egyenlő az összes mérési eredmény számtani középértékével.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5}$$

Összeadjuk a mérési eredményeket, és az összeget elosztjuk a mérések számával.

$$\bar{a} = \frac{952 \text{ mm} + 949 \text{ mm} + 955 \text{ mm} + 958 \text{ mm} + 956 \text{ mm}}{5}$$

$$\bar{a} = 954 \text{ mm}$$

# Abszolút hiba

Most kiszámítjuk az egyes mért értékeknek az átlagértéktől való eltérését.

Ez az eltérés az **abszolút hiba ( $\Delta a$ )**.

$\Delta$  – nagy delta , görög betű

Az abszolút hibát úgy számítjuk ki, hogy az átlagértékből kivonjuk a mért értéket.

Az egyes mérések abszolút hibái:

$$\Delta a_1 = |\bar{a} - a_1|$$

$$\Delta a_2 = |\bar{a} - a_2|$$

$$\Delta a_1 = |954 \text{ mm} - 952 \text{ mm}|$$

$$\Delta a_2 = |954 \text{ mm} - 949 \text{ mm}|$$

$$\Delta a_1 = 2 \text{ mm}$$

$$\Delta a_2 = 5 \text{ mm}$$

Kiszámítjuk minden mérésre az abszolút hibát.

$$\Delta a_1 = |\bar{a} - a_1| = |954 \text{ mm} - 952 \text{ mm}| = 2 \text{ mm}$$

$$\Delta a_2 = |\bar{a} - a_2| = |954 \text{ mm} - 949 \text{ mm}| = 5 \text{ mm}$$

$$\Delta a_3 = |\bar{a} - a_3| = |954 \text{ mm} - 955 \text{ mm}| = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta a_4 = |\bar{a} - a_4| = |954 \text{ mm} - 958 \text{ mm}| = 4 \text{ mm}$$

$$\Delta a_5 = |\bar{a} - a_5| = |954 \text{ mm} - 956 \text{ mm}| = 2 \text{ mm}$$

**Kiválasztjuk a legnagyobb abszolút hibát!**

$$\Delta a = 5 \text{ mm}$$

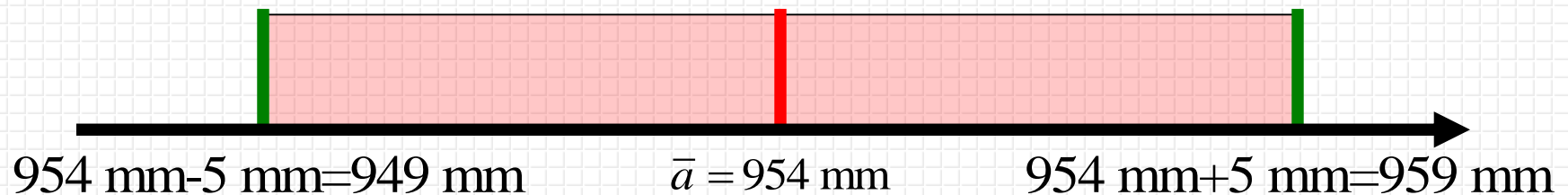
# A mérés eredménye

A végső mérési eredményt a következőképpen írjuk fel:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a$$

$$a = (954 \pm 5) \text{ mm}$$

Ez azt jelenti, hogy a mért érték 949 mm és 959 mm között van:



# Relatív hiba

Vajon az 5 mm nagy hiba? Hogyan állapítható ez meg?

Ebben a példában nem, mert az 5 mm a 954 mm-hez (az átlagérték) képest kis érték.  
Ha viszont az asztallap vastagságát mérnénk ( $d=20$  mm), akkor ez már nagy hiba lenne!

Ahhoz, hogy megítélhessük az abszolút hiba nagyságát, össze kell hasonlítanunk a mért értékkel.

Az abszolút hiba és az átlagérték hányadosa a **relatív hiba ( $\delta a$ )**.  
 $\delta$  – kis delta, görög betű

A relatív hiba számérték, nincs mértékegysége, és így írható fel:

$$\delta a = \frac{\Delta a}{\bar{a}}$$

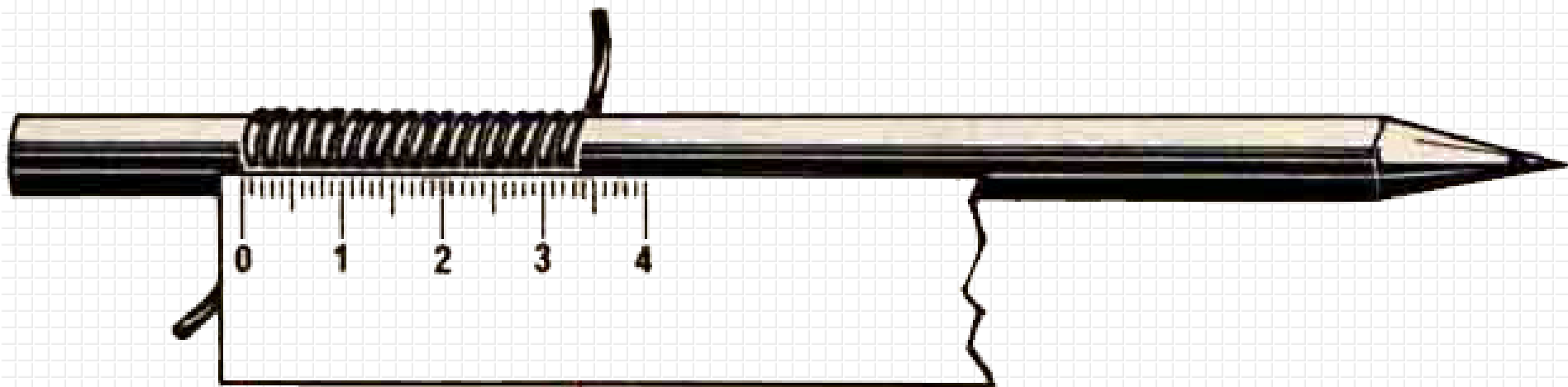
A mi példánkban a relatív hiba:

$$\delta a = \frac{5 \cancel{\text{mm}}}{954 \cancel{\text{mm}}} = 0,005$$

Ha a relatív hiba 0,1 – nél kisebb, akkor kifogástalanul mértünk!



**1.** Négy csoport azt a feladatot kapta, hogy ceruzára csavarjon fel(szorosan egymás mellé) 20 -30 menettel egy vékony huzalt, ahogyan a képen látható. Ezután vonalzóval mérjék le a tekercs hosszát, majd osszák el a menetek számával, és számítsák ki a huzal átmérőjét.



A mérési eredmények a táblázatban vannak megadva.  
Ki kell tölteni a táblázatot, és meghatározni az abszolút és relatív hibát.

	menetek száma	tekercs hossza(mm)	Huzal átmérője <i>R</i> (mm)
I .csoport	21	38	
II .csoport	26	54	
III .csoport	30	56	
IV .csoport	24	47	

	menetek száma	tekercs hossza (mm)	huzal átmérője $R$ (mm)
I.csoport	21	38	1,81
II.csoport	26	54	2,08
III.csoport	30	56	1,87
IV.csoport	24	47	1,96

A mérés átlagértéke

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{4}$$

$$\bar{R} = \frac{1,81 \text{ mm} + 2,08 \text{ mm} + 1,87 \text{ mm} + 1,96 \text{ mm}}{4}$$

$$\bar{R} = 1,93 \text{ mm}$$

Az abszolút hiba

$$\Delta R_1 = \left| \bar{R} - R_1 \right| = \left| 1,93 \text{ mm} - 1,81 \text{ mm} \right| = 0,12 \text{ mm}$$

$$\Delta R_2 = \left| \bar{R} - R_2 \right| = \left| 1,93 \text{ mm} - 2,08 \text{ mm} \right| = 0,15 \text{ mm}$$

$$\Delta R_3 = \left| \bar{R} - R_3 \right| = \left| 1,93 \text{ mm} - 1,87 \text{ mm} \right| = 0,06 \text{ mm}$$

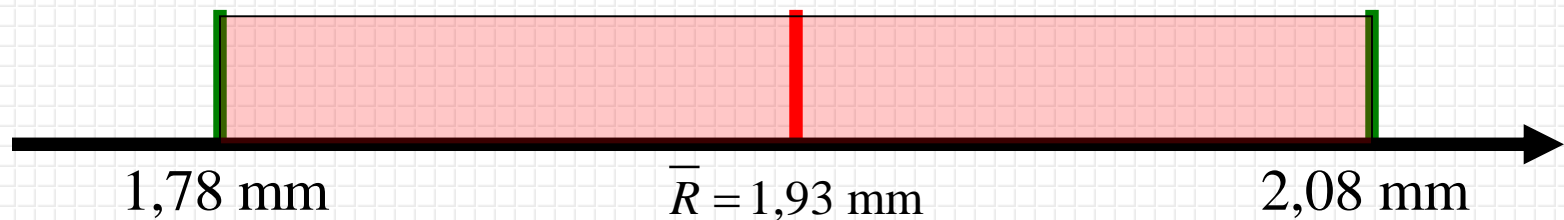
$$\Delta R_4 = \left| \bar{R} - R_4 \right| = \left| 1,93 \text{ mm} - 1,96 \text{ mm} \right| = 0,03 \text{ mm}$$

$$\Delta R = 0,15 \text{ mm}$$

A mérés eredménye

$$R = \bar{R} \pm \Delta R$$

$$R = (1,93 \pm 0,15) \text{ mm}$$

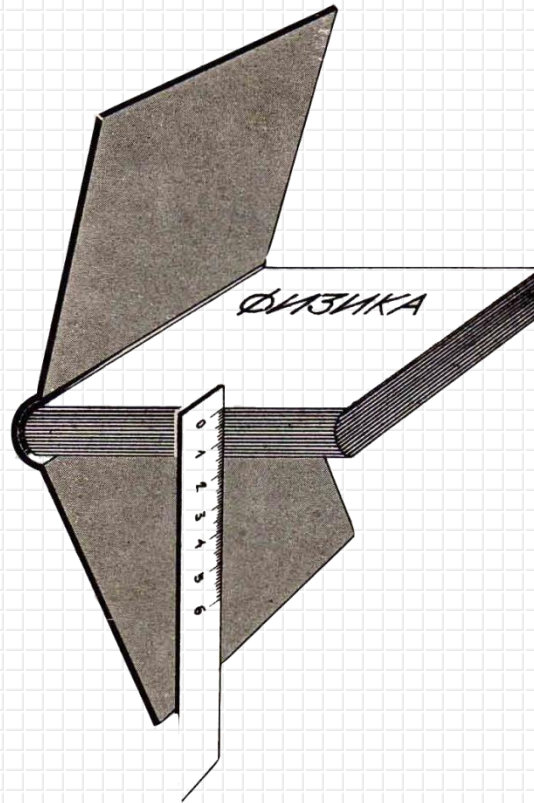


A relatív hiba

$$\delta R = \frac{\Delta R}{R}$$

$$\delta R = \frac{0,15 \cancel{\text{ mm}}}{1,93 \cancel{\text{ mm}}} = 0,08$$

2. A tanulókat négy csoportra osztani Minden csoport vonalzóval mérje meg a fizika tankönyv vastagságát (fedőlapok nélkül) mint a képen. Ezután a kapott értéket el kell osztani a lapok számával, és meghatározni egy lap vastagságát.





Mind a négy csoport mérési eredményét beírni a táblázatba, kiszámítani a lap  
átlagvastagságát,  
Az abszolút és relatív hibát.

	lapok száma	könyv vastagsága(mm)	lap vastagsága $d$ (mm)
I.csoport			
II.csoport			
III.csoport			
IV.csoport			